

WYMAGANIA EDUKACYJNE Z MATEMATYKI

ZAKRES PODSTAWOWY

KLASA II

Wyróżnione zostały następujące wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające poza program nauczania (W). Wymienione poziomy wymagań odpowiadają w przybliżeniu ocenom szkolnym.

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	–	wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	–	wymagania na poziomach (K) i (P)
ocena dobra	–	wymagania na poziomach (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	–	wymagania na poziomach (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	–	wymagania na poziomach (K), (P), (R), (D) i (W)

1. FUNKCJA KWADRATOWA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• szkicuje wykres funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2$, gdzie $a \neq 0$, i odczytuje z wykresu jej własności
• szkicuje wykres funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + q$, gdzie $a \neq 0$, i odczytuje z wykresu jej własności
• szkicuje wykres funkcji kwadratowej $f(x) = a(x - p)^2$, gdzie $a \neq 0$, i odczytuje z wykresu jej własności
• podaje wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej
• oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, wyznacza równanie osi symetrii paraboli
• przekształca postać kanoniczną funkcji kwadratowej do postaci ogólnej
• rozwiązuje równanie kwadratowe niepełne metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub stosując wzór skróconego mnożenia

określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika
rozwiązuje w prostych przypadkach równanie kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki
odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej
rozwiązuje nierówność kwadratową w prostych przypadkach

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomu (K) oraz dodatkowo:

szkicuje wykres funkcji kwadratowej $f(x) = a(x - p)^2 + q$, gdzie $a \neq 0$, i odczytuje z wykresu jej własności
przekształca postać ogólną funkcji kwadratowej do postaci kanonicznej (z zastosowaniem wzoru na współrzędne wierzchołka paraboli); szkicuje wykres danej funkcji kwadratowej oraz opisuje jej własności
wyznacza wzór ogólny funkcji kwadratowej, gdy dane są współrzędne wierzchołka i innego punktu wykresu tej funkcji
rozwiązuje równanie kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki
interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego w zależności od współczynnika a i wyróżnika Δ
wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych
przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej, jeśli taka postać istnieje
rozwiązuje nierówność kwadratową
stosuje pojęcia najmniejszej i największej wartości funkcji, wyznacza w prostych przypadkach wartości najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym
przeprowadza analizę zadania tekstowego, zapisuje odpowiednie równanie, nierówność lub wzór funkcji kwadratowej opisujące daną zależność i znajduje w prostych przypadkach rozwiązanie, które spełnia warunki zadania

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

rozwiązuje równanie kwadratowe i nierówność kwadratową w trudniejszych przypadkach
wykorzystuje postać iloczynową funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań
stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastka
wyznacza w trudniejszych przypadkach najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym, korzystając z własności funkcji kwadratowej
stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

zaznacza na osi liczbowej sumę, iloczyn i różnicę zbiorów rozwiązań dwóch nierówności kwadratowych
wykorzystuje postać iloczynową funkcji kwadratowej do rozwiązywania trudniejszych zadań
stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastka
stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania trudniejszych zadań optymalizacyjnych

- rozwiązuje zadania tekstowe o podwyższonym stopniu trudności, stosując równania kwadratowe

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz dodatkowo:

• wyprowadza wzory na pierwiastki trójmianu kwadratowego
• udowadnia związki między współczynnikami funkcji kwadratowej o podwyższonym stopniu trudności
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej

2. WIELOMIANY

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników
• zapisuje wielomian określonego stopnia o danych współczynnikach
• zapisuje wielomian w sposób uporządkowany
• oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu wymiernego
• wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopnie
• określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia
• przekształca wyrażenie algebraiczne, stosując wzory skróconego mnożenia dla wielomianów stopnia drugiego
• rozwiązuje równania wielomianowe dla wielomianów zapisanych w postaci iloczynu czynników liniowych

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomu (K) oraz dodatkowo:

• oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu niewymiernego
• sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu
• podaje współczynnik przy najwyższej potęgde oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia wielomianów
• przekształca wyrażenie algebraiczne, stosując wzory skróconego mnożenia dla wielomianów stopnia drugiego
• rozwiązuje równania wielomianowe dla wielomianów zapisanych w postaci iloczynu czynników co najwyżej drugiego stopnia
• opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza dziedzinę tego wielomianu w prostych przypadkach

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki
• oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów
• wyznacza iloczyn wielomianów wielu zmiennych
• rozwiązuje w trudniejszych przypadkach równania wielomianowe dla wielomianów zapisanych w postaci iloczynu czynników co najwyżej drugiego stopnia
• sprawdza, czy rozwiązania równania wielomianowego spełniają podane warunki
• stosuje wielomian do opisanego pola powierzchni prostopadłościanu i określa dziedzinę tego wielomianu

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

określa stopień sumy wielomianów w zależności od wartości parametru
rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując działania na wielomianach i równania wielomianowe

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz dodatkowo:

rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące wielomianów

3. FUNKCJE WYMIERNE

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

szkicuje w prostych przypadkach wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)
przesuwa wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, wzdłuż osi OX albo wzdłuż osi OY, podaje własności tej funkcji oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu
sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$
wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego
oblicza w prostych przypadkach wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej
upraszcza wyrażenia wymierne w przypadkach wymagających wyłączenia czynnika liczbowego w liczniku lub mianowniku
mnoży, dzieli wyrażenia wymierne w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
rozwiązuje równania wymierne postaci $\frac{u(x)}{w(x)} = 0$, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia
stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań postaci $x = b$

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomu (K) oraz dodatkowo:

podaje własności funkcji $f(x) = \frac{a}{x} + q$, gdzie $a \neq 0$, oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu
podaje własności funkcji $f(x) = \frac{a}{x-p}$, gdzie $a \neq 0$, oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu
sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$
wyznacza wartość parametru q we wzorze funkcji np. $f(x) = \frac{5}{x} + q$, gdy dane są współrzędne punktu należącego do jej wykresu
wyznacza dziedzinę wyrażenia wymiernego
oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej
upraszcza wyrażenia wymierne w przypadkach wymagających zastosowania wzorów skróconego mnożenia do rozkładu na czynniki licznika lub mianownika
mnoży, dzieli wyrażenia wymierne i podaje odpowiednie założenia
rozwiązuje równania wymierne postaci $\frac{u(x)}{w(x)} = a$, gdzie $a \neq 0$, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia

wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych
stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań postaci $x - a = b$

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, w podanym zbiorze i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)
dobiera wzór funkcji do jej wykresu
wyznacza współczynnik a tak, aby funkcja $f(x) = \frac{a}{x}$ spełniała podane warunki
szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$, gdzie $x \in \mathbf{R} \setminus \{p\}$ i $a \neq 0$, i wyznacza równania jego asymptot
mnoży, dzieli wyrażenia wymierne w trudniejszych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
określa dziedzinę funkcji, w której wzorze występuje ułamek
wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną
rozwiązuje równania wymierne w trudniejszych przypadkach
podaje interpretację geometryczną rozwiązania równania wymiernego
wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, w podanym zbiorze w trudniejszych przypadkach
wyznacza wzór funkcji spełniającej podane warunki
wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych
stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz dodatkowo:

stosuje funkcje i wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań o podwyższonym stopniu trudności
--

4. TRYGNOMETRIA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

stosuje w prostych przypadkach twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa
wykorzystuje wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków
odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego
odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej
rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach

• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku
• wyznacza, korzystając z definicji, wartości funkcji trygonometrycznych kątów 0°, 90°, 180°
• stosuje do rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta: $P = \frac{1}{2}ah$ oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku a: $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
• rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomu (K) oraz dodatkowo:

• podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30°, 45°, 60°
• podaje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta
• rozwiązuje trójkąty prostokątne
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań osadzonych w kontekście praktycznym
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów 120°, 135°, 150°
• stosuje wzory: $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$, $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$, $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$ do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych
• wykorzystuje w prostych przypadkach funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych czworokątów

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa
• wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach
• uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym
• uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych α i $90^\circ - \alpha$
• przekształca w prostych przypadkach wyrażenia trygonometryczne, wykorzystując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest tangens kąta
• rysuje kąt w układzie współrzędnych, gdy dany jest tangens kąta wypukłego
• stosuje w zadaniach wzory na pole trójkąta, w tym również wzór $P = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$
• oblicza pola czworokątów
• wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

• uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych
• stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne
• wyprowadza wzór na jedynkę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• przekształca wyrażenia trygonometryczne, wykorzystując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• stosuje w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$
• stosuje wzór Herona do obliczania pola trójkąta
• oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach
• wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów
• uzasadnia związki miarowe w czworokątach
• dowodzi prawdziwości wzoru $P = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz dodatkowo:

• przeprowadza dowody twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach

5. PLANIMETRIA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• rozpoznaje kąty środkowe w okręgu
• oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach
• oblicza pole koła i pole wycinka koła w prostych przypadkach
• rozpoznaje okręgi styczne, gdy dane są promienie tych okręgów i odległość między ich środkami
• rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są oparte te kąty
• stosuje w prostych przypadkach twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny
• opisuje własności wielokątów foremnych
• stosuje w prostych przypadkach twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów
• wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, gdy dane są długości boków trójkąta

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomu (K) oraz dodatkowo:

• oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka koła w prostych sytuacjach
• wykorzystuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia

• rozwiązuje proste zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie
• rozwiązuje proste zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt
• oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego
• wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, gdy dana jest suma miar jego kątów wewnętrznych
• oblicza w prostych przypadkach promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i promień okręgu wpisanego w wielokąt foremny
• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

• oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka koła
• wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań
• stosuje w trudniejszych przypadkach twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia
• stosuje twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań
• stosuje wzory $P = \frac{abc}{4R}$ i $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$ do obliczania pola trójkąta
• bada, czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt
• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

• wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania trudniejszych zadań
• stosuje twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania trudniejszych zadań
• uzasadnia wzory $P = \frac{abc}{4R}$ i $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$
• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
• udowadnia, że symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie
• udowadnia, że dwusieczne kątów wewnętrznych trójkąta przecinają się w jednym punkcie

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz dodatkowo:

• udowadnia zależności w wielokątach foremnym w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności
• potrafi wykonać konstrukcję pięciokąta foremnego
• przeprowadza dowody twierdzeń o kątach środkowym i wpisanym oraz o kątach wpisanych opartych na tym samym łuku
• przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu
• przeprowadza dowód twierdzenia cosinusów
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii